

Logika

1. cvičení

Matematika 1, NMMA701, Ondřej Bouchala

Teorie:

Konjunkce			Disjunkce			Implikace			Ekvivalence		
A	B	$A \wedge B$	A	B	$A \vee B$	A	B	$A \Rightarrow B$	A	B	$A \Leftrightarrow B$
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1

Příklady:

1. Bylo vyloupeno skladiště, pachatel (pachatelé) odvezli lup autem. Policie zadržela tři podezřelé A, B a C, nikdo jiný do loupeže zapojen nebyl. Po výsledku se zjistily tyto dvě skutečnosti:

- C se nikdy nepouští do akce bez A.
- B neumí řídit auto.

Je A vinen?

2. Totéž, zjistilo se:

- A pracuje vždycky aspoň s jedním společníkem.
- C je nevinný.

Je B vinný?

3. Co vyplývá z těchto zjištěných faktů:

- Pokud je A vinný a B nevinný, pak je C vinný.
- C nikdy nepracuje sám.
- A nikdy nepracuje s C.
- Kromě A, B a C není do případu zapleten nikdo další, a aspoň jeden z těch tří je vinný.

(Kteří z obviněných jsou určitě nevinní a kteří jsou určitě vinní?)

* 4. Majitel klenotnictví nahlásil krádež, zjistilo se tohle:

- Každý z trojice A, B a C byl v den loupeže v obchodě, a nikdo další tam nebyl.
- Pokud je vinný A, měl právě jenoho společníka.
- Pokud je B nevinný, je nevinný i C.
- Pokud jsou vinní právě dva, pak jedním z nich je A.
- Pokud je C nevinný, je nevinný i B.

Co lze z toho usoudit?

* 5. Tentokrát byli předvedeni k výslechu čtyři podezřelí, A, B, C a D. Opět šlo o loupež. Bylo známo, že alespoň jeden z nich je vinen, a že do loupeže není zapletený nikdo další. Dále vyšly najevo tyhle skutečnosti:

- a) Pokud je B vinen, pak měl právě jednoho společníka.
- b) Pokud je C vinen, pak měl právě dva společníky.
- c) A je nevinný.

Zajímá nás, zdali je vinen D.

6. Zapište následující výroky pomocí symbolů, a vyplňte tabulku pravdivostních hodnot:

- a) Pokud je A vinen, pak B byl jeho společníkem.
- b) Pokud je A nevinný, pak je B vinen.
- c) Pokud jsou A i B oba vinni, pak C byl jejich společníkem.
- d) Pokud je A vinen, pak alespoň jeden z B a C byl jeho společníkem.
- e) Pokud je B vinen, pak buď C byl jeho společníkem, nebo je A nevinný.
- f) Pokud je B nevinný, pak A je vinen a C nevinný.

* 7. Naopak, najděte výroky, které odpovídají zadaným tabulkám

A	B	?
1	1	0
1	0	0
0	1	1
0	0	0

A	B	?
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

A	B	?
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

A	B	C	?
1	1	1	0
1	1	0	0
1	0	1	1
1	0	0	1
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	0

A	B	C	?
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	1
0	0	1	1
0	0	0	0

A	B	C	?
1	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	1
0	0	1	1
0	0	0	0

8. Nechť M značí množinu všech mužů a \mathcal{Z} značí množinu všech žen. Uvažujme následující výrokové formy:

- $S(m, z)$: „Muž m je manželem ženy z .“
- $L_1(m, z)$: „Muž m miluje ženu z .“
- $L_2(m, z)$: „Žena z miluje muže m .“

Pomocí kvantifikátorů, logických spojek a forem S , L_1 a L_2 vyjádřete následující tvrzení:

- a) Existuje vdaná žena.

- b) Každý ženatý muž miluje svou manželku.
- c) Existují nevěrné manželky. (To jest takové, které milují někoho jiného než svého manžela.)
- d) Každou ženu miluje nějaký muž.
- e) Existuje žena, kterou milují všichni muži, kteří nejsou ženatí.
- f) Existuje pár, ve kterém se navzájem milují, ale kde nejsou sezdaní.
- g) Každá žena má nejvýše jednoho manžela.

Dále následující výroky přeložte do češtiny:

- h) $\exists m \in M \forall z \in \check{Z}: \neg S(m, z)$
- i) $\exists z \in \check{Z} \forall m \in M: L_1(m, z) \Rightarrow \neg L_2(m, z)$
- j) $\exists z \in \check{Z} \forall m \in M: L_2(m, z) \Rightarrow \neg L_1(m, z)$

9. Rozhodněte o správnosti následujících výroků a napište jejich negace:

- a) $\forall x \in \mathbb{N} \exists y \in \mathbb{N} \forall z \in \mathbb{N}: (z > x) \Rightarrow (y < z)$
- b) $\exists y \in \mathbb{N} \forall x \in \mathbb{N} \forall z \in \mathbb{N}: (z > x) \Rightarrow (y < z)$
- c) $\exists x \in \mathbb{N} \forall y \in \mathbb{N} \forall z \in \mathbb{N}: (z > x) \Rightarrow (y < z)$
- d) $\exists x \in \mathbb{N} \forall y \in \mathbb{N} \forall z \in \mathbb{N}: (z < x) \Rightarrow (y > z)$

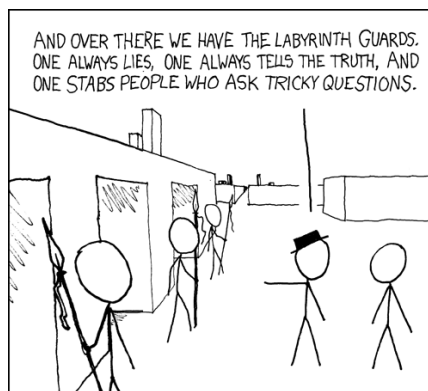
10. Na ostrově žijí dva druhy lidí (dva kmeny), padouši vždy lžou, a poctivci vždy mluví pravdu. Na cestě narazíte na dvě osoby, A a B. A prohlásí „Aspoň jeden z nás je padouch.“. Z jakých kmenů jsou A a B?

11. Opět potkáte A a B. Tentokrát A řekne „Buď já jsem padouch, nebo B je poctivec.“ Co jsou A a B?

12. Tentokrát jsem potkal jednoho ostrovana, který řekl „Buď jsem já padouch, nebo 2 a 2 je 5“. Jak to bude?

* 13. Dostali jste se na onom ostrově do svízelné situace. Jste uvězněni, a máte na výběr ze dvou dveří. Jedny vedou na svobodu, druhé na popravěštní. Hlídá vás smíšená stráž, to jest po jednom člověku z každého ze dvou kmenů, vy ale nevíte který je který. Jednoho z nich se můžete zeptat na jednu otázku. Jaká to má být otázka, aby jste se dozvěděli, kterými dveřmi se dostanete na svobodu?

* 14. A co kdyby jste byli ve stejné situaci, avšak strážný tam byl jenom jeden (z neznámo kterého kmenu)? Jakou otázku mu máte položit nyní?



xkcd 246, <https://xkcd.com/246/>